

$$Ue^{iT^a\omega^a}U^\dagger=UU^\dagger e^{iT^a\omega^a}U^*=UU^\dagger e^{iT^a\omega^a}U^\dagger UU^\dagger=Ue^{iT^a\omega^a}U^\dagger$$